Lecture3_CN

第三讲：一阶线性 ODE 与伯努利方程

知识总结

概念	关键公式 / 方法
标准型	$y' + p(x)y = r(x)$
积分因子	$\mu(x) = e^{\int p(x)dx}$
求解公式	$y(x) = \frac{1}{\mu(x)}\left[\int \mu(x)r(x)dx + C\right]$
常数变易法	求 $u(x)$（齐次解），然后 $C' = \frac{r}{u}$
伯努利方程	$y' + p(x)y = q(x)y^n$，代换 $z = y^{1-n}$

---

1. 常数变易法

今天我们将学习一种新方法：**常数变易法**

示例

求方程的所有解：

$$y' - 2y = e^{2x}$$

解：

步骤 1： 解齐次方程

$$y' - 2y = 0$$

这是可分离变量方程：

$$\frac{dy}{y} = 2dx$$

$$\ln|y| = 2x + C$$

$$y = Ce^{2x}$$

所以齐次方程的一个解是：

$$u(x) = e^{2x}$$