Lecture2_CN

第二讲：一阶 ODE — 线性与恰当方程

知识总结

概念	关键公式 / 方法
一阶 ODE	$y' = f(x, y)$ 或 $F(x, y, y') = 0$
线性 ODE 标准型	$y' + p(x)y = r(x)$
积分因子	$\mu(x) = e^{\int p(x)dx}$
恰当性判别	对于 $M + Ny' = 0$，检验 $M_y = N_x$
积分因子 (恰当方程)	$\mu(x) = e^{\int \frac{My - Nx}{N} dx}$ 或 $\mu(y) = e^{\int \frac{Nx - My}{M} dy}$

1. 一阶 ODE：定义

定义：一阶 ODE

一阶 ODE 是形如以下的方程：

$$F(x, y, y') = 0$$

通常我们可以将其改写为：

$$y' = f(x, y)$$

First order ODE

Definition

A **first order ODE** is some ODE of the form

$$F(x, y, y') = 0$$

Most of the times we can rewrite it as

$$y' = f(x, y).$$

In general there is no strategy to solve any ODE of this kind. But we will study some methods depending on the "shape" of f.
Let's start focusing on the **linear case**.

Martín Mansilla Spring 2026

说明： 此幻灯片介绍了一阶常微分方程的基本定义。关键洞察是，虽然一般形式涉及三个变量 (x, y, y')，我们通常可以显式解出 y' 得到 $y' = f(x, y)$。

注意

一般情况下，没有通用策略可以求解任何此类 ODE。解法取决于 f 的"形式"。我们从 **线性情形** 开始。

---

2. 一阶线性 ODE

2.1 标准型

我们要解写成如下形式的一阶线性微分方程：

$$y' + p(x)y = r(x)$$

2.2 积分因子法

核心思想